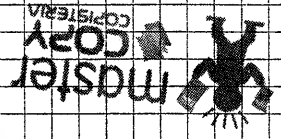
Forum Gobbino Massimo → BACHECA analisi II MECCANICA:
lì ci sono avvisi, esercizi, riferimenti
lì si possono scrivere anche delle DOMANDE
Ci sono 2 corsi, 1 per matematici (NO), 1 per elettronici (SI)
+ o - sono le stesse cose → SEGUI ma puoi vedere lì
EMAIL: MARINA.GHISI@UNIPI.IT
C'è anche come funzionano i compiti eccetera
Libri sono 2: SCHEDE DI ANALISI MATEMATICA II (2014/15)
ESERCIZI DI " " II
autori: GHISI - GOBBINO edizione: ESCULAPIO
si possono comprare: LTU GUARGUAGLINI (via S. Maria)
ALL'ESAME SERVE IL SUO LIBRO





Dimostrazioni quasi 0
(Ronconi si fa l'argomento più difficile del corso)

LEZIONE 26-09

$\mathbb{R}^n$, noi lavoriamo in $n = 2, 3$
se $v \in \mathbb{R}^n$ (v = vettore) $v = (v_1, \dots v_n)$ e si indica $\vec{v}$
non usiamo x perché in $\mathbb{R}^2$ c'è (x, y) e quindi ci si confonde
In $\mathbb{R}^2$ è un punto nel piano
Cosa è una f di + variabili a valori reali?
È una f definita $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$
esempio in $\mathbb{R}^2$ $f_{(x,y)} = x^2 + y^2$, $f(x,y) = xy$, $f(x,y) = x$ cioè io
parto con 2 variabili e ottengo un numero, in $\mathbb{R}^3$ ho 3 variabili
$f(x,y,z) = xy + z$

dentro ★ ci sono le f vettoriali di + variabili o anche campi di vettori.
È una cosa che va da $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^k$ $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$ esempio
$f(x,y) = (xy, x+y, x)$ è definita in $\mathbb{R}^2$ (x,y) e va in $\mathbb{R}^3$ $(xy, x+y, x)$

Una f vettoriale è una f di k vettori

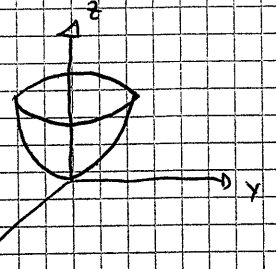
$F=(f_1,\dots,f_k)$ dove $f_1, f_2, \dots f_k$ sono le COMPONENTI

nel caso del piano $f_1=xy$ $f_2=x+y$ $f_3=x$

Torniamo alle $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ come ad esempio $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

in questo caso il grafico si rappresenta in $\mathbb{R}^3$ e questo sono delle superfici (PROFILO MONTAGNE) da $\mathbb{R}^3$ in poi non si fanno i disegni, ne io voglio disegnare $f(x,y)=x^2+y^2$

è questa: (una SCODELLA)



master COPY COPISTERIA

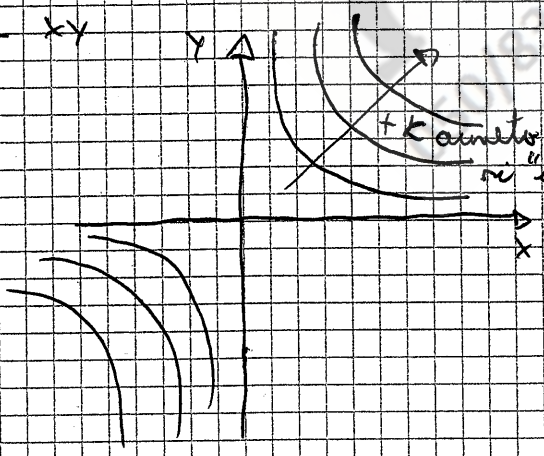
Se ~~grassi~~ Se taglio questo piano e lo proietto in xy ho un cerchio.

Cosa è una linea di livello?

È l'immagine delle coppie x,y / $f(x,y)=k$ si rappresenta in xy e vuol dire "taglio e proietto su xy"

Si chiamano linee di livello perché sono delle specie di cerchi (COME LE CARTINE DI MONTAGNA)

Se prendo $xy=k$ sono le linee di livello della funzione xy



preso $k>0$ → sono delle iperboli

master COPY COPISTERIA

$v \in \mathbb{R}^n$, $w \in \mathbb{R}^n$ $\quad v = (v_1 \dots v_n) \quad w = (w_1 \dots w_n)$

la norma di $v = \|v\| = \left[\sum_i v_i\right]^{1/2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$ = distanza dall'origine

$|v|$ non si fa così spesso è il modulo, il valore assoluto

la distanza di due vettori $d(v, w) = \|v - w\| = \sqrt{(v_1 - w_1)^2 + \dots (v_n - w_n)^2}$

e si indica o così ⟶ o ⟶

la proprietà base è: $\|v - w\| \leq \|v - u\| + \|u - w\|$ dove u è un altro vettore $u(u_1 + \dots + u_n)$ [è come mettere una fermata in più al treno, il viaggio è + lungo o uguale

$\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\|$ è come quello di prima con $u = 0$

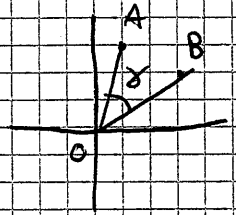
Tra i vettori si può fare: PRODOTTO VETTORIALE
SCALARE

$(v, w) = \sum_i v_i w_i = v_1 w_1 + v_2 w_2 + \dots + v_n w_n$ e si può dire $\langle v, w \rangle$

la norma quadra è come il vettore per se stesso

$\|v\|^2 = (v, v) = \langle v, v \rangle \xrightarrow[\text{questo}]{\text{vale}} |(v, w)| \leq \|v\| \cdot \|w\|$

in $\mathbb{R}^2$ $(v, w) = \|v\| \cdot \|w\| \cdot \cos\gamma$ lo angolo compreso



se ho A, B la NORMA è OA, OB

$(v, w) = \|v\| \cdot \|w\|$ quando $\gamma = 0 \Rightarrow$ COINCIDONO o SONO //

$(v, w) = 0$ quando sono $\perp$

In 1 variabile si vedono gli intervalli

In $\mathbb{R}^2$ " " " i cerchi

Sistema fondamentale di intorni

$B_R(v_0) = \{ v \in \mathbb{R}^n \,/\, \|v - v_0\| \leq R \}$

sono i cerchi centrati in v_0 e raggio R

Li vesono questi così per dire che la distanza sono la norma → sono = → sono cerchi

$A \subseteq \mathbb{R}^n$ è un intorno di v_0 se contiene una pallina centrata in v_0

DIAMO DELLE DEFINIZIONI

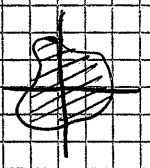
● Aperto → $\forall x \in A \; \exists B_R(v) \subseteq A$ ● (NON C'È BORDO)

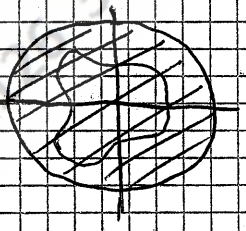
♡ Bordo → $v \in$ BORDO di A se ogni pallina centrata in v interseca A ♡

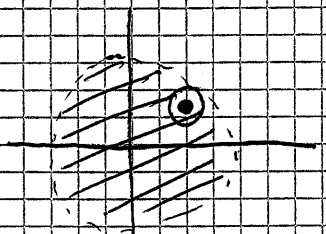
Chiuso → se A complementare è aperto

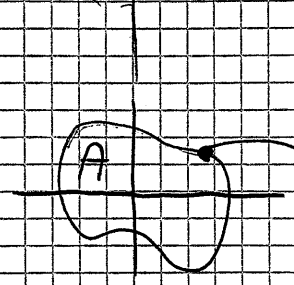
✱ Limitato → se è contenuto in una palla centrata nell'origine ✱

Compatto → CHIUSO + LIMITATO

✱ se fosse un SEMIPIANO non sarebbe limitato, 

qui è limitato fa questa palla 

●  posso tracciare una pallina che lo contenga

♡  → per fare una pallina centrata lì un po' è in A e un po' no

Spero non sono né chiusi né aperti ma un po' e un po'

Compatto è la cosa più usata

LEZIONE 27-09

def. f. continua:

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua in x_0 se $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta : |x - x_0| \leq \delta \to |f(x) - f(x_0)| \leq \varepsilon$

ma in più variabili? INVECE di INTORNI uso PALLE

$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ " " " v_0 " " " : $\|v - v_0\| \leq \delta \to |f(v) - f(v_0)| \leq \varepsilon$

La somma di f continue è continua

Il rapporto, mi può fare se denominatore $\neq 0$

def Limiti come caso in + variabili? Che c'è la NORMA

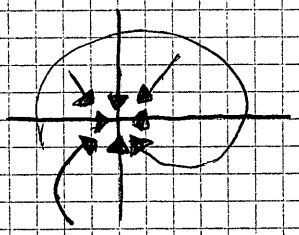
$\lim_{v \to v_0} f(v) = m$ se $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta \ \|v - v_0\| \leq \delta \Rightarrow |f(v) - m| < \varepsilon$

(se uno ∞ metto al posto di $m = \infty$ e $\varepsilon = M$)

Ma il problema è che in più variabili non è detto che abbia il limite, anche in 1 " sì, PERCHÉ?

Incominciamo da $\lim_{x \to 0^+}$ → ZERO, che sono + facili ma a noi interessano ∞ non 0 [ESEMPIO STRADA (1 VARIABILE), PIAZZA (2)]

LIMITI IN $\mathbb{R}^2$ per $(x, y) \to (0, 0)$ → vuol dire che x tende a 0 e y tende a 0



prima solo su x, avevo 1 strada per arrivare a 0, ora posso fare da + direzioni, con + modi (parabole ...)

- Se su tutte le curve tendono a (0, 0) [mi arrivano a origine in qualche modo] e il limite è l (sul è (1°) lo stesso) → $\exists \lim_{(x,y) \to (0,0)} f(x, y) = l$
- Se esistono 2 curve per cui il limite è $\neq$ allora (2°) il limite $\nexists$